Szögfüggvények ábrázolása

Trigonometrikus függvények

$y = \sin\alpha = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) \qquad \Rightarrow \sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$

$y = \cos\alpha = \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)$

$y = \operatorname{tg}\alpha = \operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{1}{\operatorname{ctg}\alpha}$

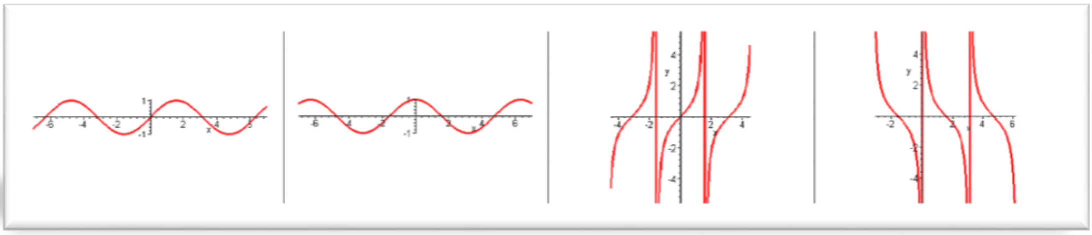
$y = \operatorname{ctg}\alpha = \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} = \frac{1}{\operatorname{tg}\alpha}$

$y = \sec\alpha = \csc\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \frac{1}{\cos\alpha}$

$y = \csc\alpha = \sec\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \frac{1}{\sin\alpha}$

A függvények sorban: sin, cos, tg, ctg

A függvények jellemzését lásd a "*Függvénytan*" fejezetben!



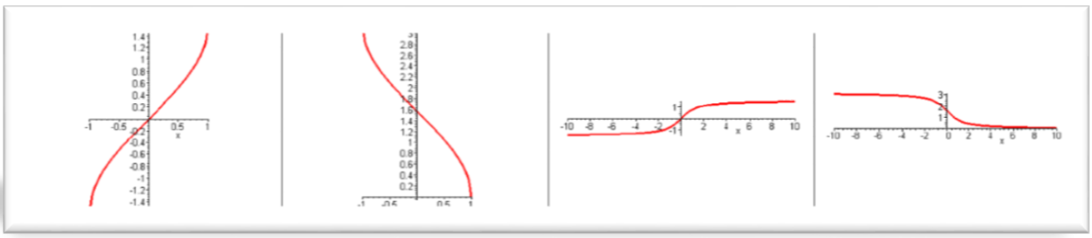
Arcus (inverz trigonometrikus) függvények

A trigonometrikus függvények inverzei az arcus függvények.

A trigonometriai függvények periodikusak, ezért nem injektívek, tehát szigorú értelemben véve nincs inverz függvényük. Az inverz függvény definiálásához ezért le kell szűkíteni az értelmezési tartományukat olyan módon, hogy a trigonometriai függvény bijektív legyen.

Arcus sinus:	$y = \arcsin x$	az $\left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]$ -on, ha	$x = \sin y$
Arcus cosinus:	$y = \arccos x$	az $[0;\pi]$ -on, ha	$x = \cos y$
Arcus tangens:	$y = \operatorname{arctg} x$	az $\left]-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right[$ -on, ha	$x = \operatorname{tg} y$
Arcus kotangens:	$y = \operatorname{arcctg} x$	az $]0;\pi[$ -on, ha	$x = \operatorname{ctg} y$
Arcus szekáns:	$y = \operatorname{arcsec} x$	az $[0;\pi]\setminus\left\{\frac{\pi}{2}\right\}$ -on, ha	$x = \sec y$
Arcus koszekáns:	$y = \operatorname{arccsc} x$	az $\left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]\setminus\{0\}$ -on, ha	$x = \csc y$

A függvények sorban: arcsin, arccos, arctg, arcctg



Hiperbolikus függvények

A hiperbolikus függvények a matematikában a szögfüggvényekhez hasonló függvények. A két alapvető hiperbolikus függvény a hiperbolikus szinusz és a hiperbolikus koszinusz, melyekből levezethető a többi hiperbolikus függvény.

Algebrai összefüggésekkel leírva a komplex számkörben ($i =$ imaginárius egység):

Hiperbolikus sinus: $y = \operatorname{sh} x = \frac{e^x - e^{-x}}{2} = -i \cdot \sin(ix)$

Hiperbolikus cosinus: $y = \operatorname{ch} x = \frac{e^x + e^{-x}}{2} = \cos(ix)$ → láncgörbe

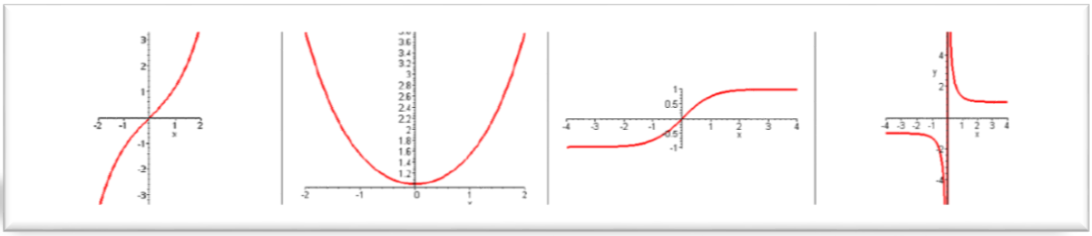
Hiperbolikus tangens: $y = \operatorname{th} x = \frac{\operatorname{sh} x}{\operatorname{ch} x} = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} = \frac{e^{2x} - 1}{e^{2x} + 1} = -i \cdot \operatorname{tg}(ix)$

Hiperbolikus kotangens: $y = \operatorname{cth} x = \frac{\operatorname{ch} x}{\operatorname{sh} x} = \frac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}} = \frac{e^{2x} + 1}{e^{2x} - 1} = i \cdot \operatorname{ctg}(ix)$

Hiperbolikus szekáns: $y = \operatorname{sch} x = \frac{1}{\operatorname{ch} x} = \frac{2}{e^x + e^{-x}} = \sec(ix)$

Hiperbolikus koszekáns: $y = \operatorname{csch} x = \frac{1}{\operatorname{sh} x} = \frac{2}{e^x - e^{-x}} = i \cdot \csc(ix)$

A függvények sorban: sh, ch, th, cth



Area (inverz hiperbolikus) függvények

A hiperbolikus függvények inverzei az area függvények.

Area hiperbolikus sinus: $y = \operatorname{arsh} x$, ha $x = \operatorname{sh} y$ $\rightarrow y = \operatorname{arsh} x = \ln\left(x + \sqrt{x^2 + 1}\right)$

Area hiperbolikus cosinus: $y = \operatorname{arch} x$, ha $x = \operatorname{ch} y$ $\rightarrow y = \operatorname{arch} x = \ln\left(x + \sqrt{x^2 - 1}\right)$

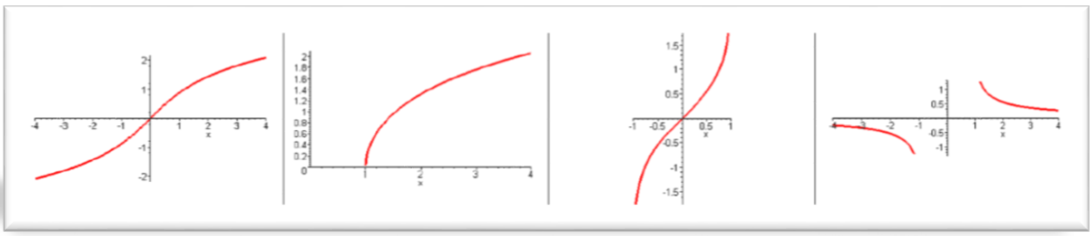
Area hiperbolikus tangens: $y = \operatorname{arth} x$, ha $x = \operatorname{th} y$ $\rightarrow y = \operatorname{arth} x = \frac{1}{2} \ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$

Area hiperbolikus kotangens: $y = \operatorname{arcth} x$, ha $x = \operatorname{cth} y$ $\rightarrow y = \operatorname{arcth} x = \frac{1}{2} \ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right)$

Area hiperbolikus szekáns: $y = \operatorname{arsch} x$, ha $x = \operatorname{sch} y$ $\rightarrow y = \operatorname{arsch} x = \ln\left(\sqrt{\frac{1}{x} - 1}\sqrt{\frac{1}{x} + 1} + \frac{1}{x}\right)$

Area hiperbolikus koszekáns: $y = \operatorname{arcsch} x$, ha $x = \operatorname{csch} y$ $\rightarrow y = \operatorname{arcsch} x = \ln\left(\sqrt{\frac{1}{x^2} + 1} + \frac{1}{x}\right)$

A függvények sorban: arsh, arch, arth, arcth



A könyv készítője:

Koczog András

matematikus, biológus

info@matematikam.hu

Forrás

www.matematikam.hu	→ Matematika korrepetálás, felkészítés
www.feladat.matematikam.hu	→ Online matematika feladatok
www.feladat.matematikam.hu/letoltes	→ Letölthető matematika feladatsorok
www.konyv.matematikam.hu	→ Matematika könyvem témakörei, fejezetei
www.fb.com/matematikam.hu	→ A tanítás és matek facebook oldala
info@matematikam.hu	→ Üzenet a könyvvel és az oktatással kapcsolatban

Évek óta foglalkozom matematika oktatással - az általános iskolás korosztálytól kezdve az érettségizőkön át egészen az egyetemi szintig készítek fel diákokat a különböző megmérettetésekre. Végzettségemet tekintve okleveles matematikus és biológus vagyok, illetve webszerkesztő és hivatásos túravezető. Szerencsémre ezekre nem mint feladat, hanem mint hobbi tudok tekinteni, így továbbra is lelkesen képzem magamat ezen területeken.

2008-ban sikerült befejeznem a jegyzetet, majd 2014-ben a diplomám megszerzése után újra nekiláttam a fejezetek "modernizálásának", az egész anyagot kibővítettem, és igyekeztem még inkább használhatóvá tenni. Most már teljes bizonyossággal elmondhatom, hogy a könyv elég a közép- és az emelt szintű érettségihez is.