

Logaritmus

Logaritmus alapok

TÉTEL: Logaritmus: A logaritmus két szám között értelmezett matematikai művelet, a hatványozás egyik megfordított (inverz) művelete. A pozitív b szám a alapú logaritmusán (ahol a egytől különböző pozitív szám) azt a kitevőt értjük, melyre a -t emelve b -t kapjuk. $\rightarrow \log_a b = c \Leftrightarrow a^c = b \rightarrow a^{\log_a b} = b$

A logaritmus alapja ($\log_a b$ esetén a) csak pozitív szám lehet (kivéve az 1-et): $a > 0$, $a \neq 1$, $b > 0$

A 10-es és a természetes alapú logaritmusnak külön jelölést adtak: $\log_{10} x = \lg x$ és $\log_e x = \ln x$

Logaritmus összefüggések

$$\log_a b = c \Leftrightarrow a^c = b$$

$$\log_a 1 = 0$$

$$\log_a a = 1$$

$$\log_a a^x = x$$

$$a^{\log_a x} = x$$

$$x^{\log_a y} = y^{\log_a x}$$

$$\log_y x \cdot \log_x y = 1 \Leftrightarrow \log_y x = \frac{1}{\log_x y}$$

$$\log_{a^n} x^n = \log_a x$$

Logaritmus azonosságok

Szorzat logaritmusára egyenlő a tényezők logaritmusának összegével

$$\log_a (x \cdot y) = \log_a x + \log_a y$$

Hányados logaritmusára egyenlő a számláló logaritmusának és a nevező logaritmusának különbségével

$$\log_a \left(\frac{x}{y}\right) = \log_a x - \log_a y$$

Hatvány logaritmusára egyenlő az alap logaritmusának és a kitevőnek a szorzatával

$$\log_a x^n = n \cdot \log_a x$$

Gyök logaritmusára egyenlő a gyök alatti kifejezés logaritmusának és a gyökkitevőnek a hányadosával

$$\log_a \sqrt[n]{x} = \log_a x^{\frac{1}{n}} = \frac{1}{n} \cdot \log_a x = \frac{\log_a x}{n}$$

$$\log_{(a^n)} x = \frac{1}{n} \cdot \log_a x$$

Egy szám új alapú logaritmusát megkapjuk, ha a szám régi alapú logaritmusát elosztjuk az új alap régi alapú logaritmusával

$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$$

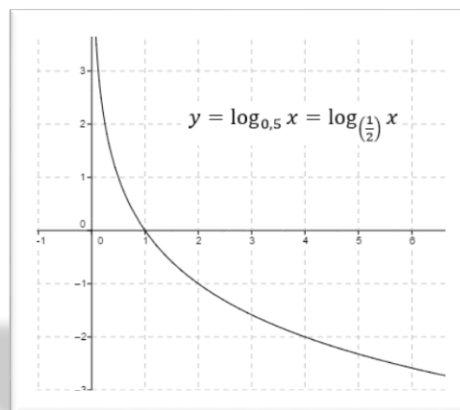
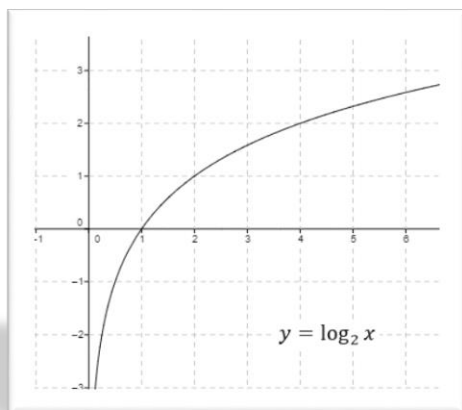
Logaritmus függvény

Logaritmus függvény

Általános alakja az $y = \log_a x$. Ha $a > 1$, akkor a függvény szigorúan monoton nő, ha $0 < a < 1$, akkor szigorúan monoton csökken. Ha $a = 1$, akkor a függvény nincs értelmezve.

$$y = \log_2 x \quad y = \log_{0,5} x = \log\left(\frac{1}{2}\right) x$$

A függvény inverze az exponenciális függvény.



Az $f(x) = \log_a x$ függvény jellemzése (vagy $y = \log_a x$)

ÉT:	$x \in \mathbb{R}^+$
ÉK:	$y \in \mathbb{R}$
zh.:	$x = 1$
szélsőérték:	nincsen
monotonitás:	$a > 1$ esetén: szig. mon. nő $0 < a < 1$ esetén: szig. mon. csökken
paritás:	nincsen
konvexitás:	$a > 1$ esetén: konkáv $0 < a < 1$ esetén: konvex

Az alap $y = \log_a x$ aszimptotája az $x = 0$ egyenes, tehát az y tengely (ordináta).

Exponenciális függvény

Az exponenciális függvény

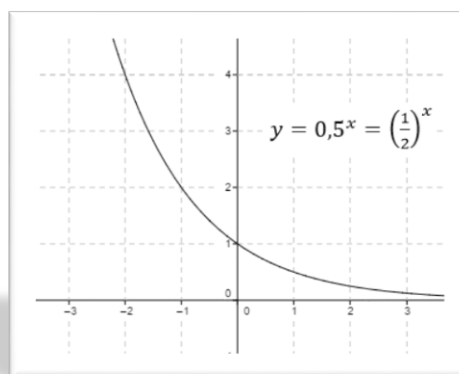
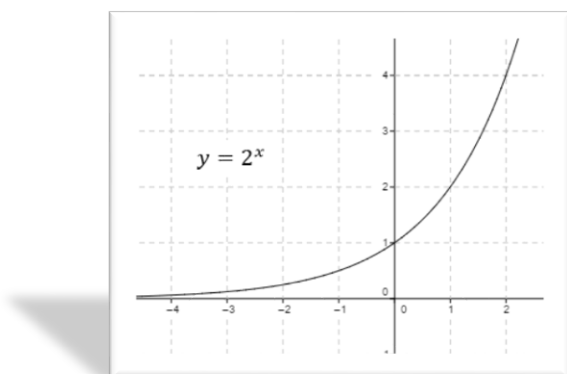
Az exponenciális függvény az egyik legfontosabb függvény a matematikában. Szokásos jelölése e^x , ahol e egy matematikai állandó, a természetes alapú logaritmus alapja, értéke körülbelül 2,718281828, és Euler-féle számnak is nevezik. A függvény képe körülbelül megegyezik az $y = 2^x$ képével.

Exponenciális függvény

Általában az exponenciális függvény fogalmát általánosabban használják és kiterjesztik az összes $k \cdot a^x$ alakú függvényre, ahol az a szám az alap a következő intervallumon: $a \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\}$

Általános alakja az $y = a^x$. Ha $a > 1$, akkor a függvény szigorúan monoton nő, ha $0 < a < 1$, akkor szigorúan monoton csökken. Ha $a = 1$, akkor a függvény nem exponenciális, hanem lineáris, konstans.

A függvény inverze a logaritmus függvény.



Az $f(x) = a^x$ függvény jellemzése (vagy $y = a^x$)

ÉT:	$x \in \mathbb{R}$
ÉK:	$y \in \mathbb{R}^+$
zh.:	nincsen
szélsőérték:	nincsen
monotonitás:	$a > 1$ esetén: szig. mon. nő $0 < a < 1$ esetén: szig. mon. csökken
paritás:	nincsen
konvexitás:	konvex

Az alap $y = a^x$ aszimptotája az $y = 0$ egyenes, tehát az x tengely (abszcissza).

A könyv megvásárolható egyben, nyomtatva - ára szintenként 4000 Ft

A könyv készítője:

Koczog András
matematikus, biológus
info@matematikam.hu

Forrás

www.matematikam.hu	→ Matematika korrepetálás, felkészítés
www.feladat.matematikam.hu	→ Online matematika feladatok
www.feladat.matematikam.hu/letoltes	→ Letölthető matematika feladatsorok
www.konyv.matematikam.hu	→ Matematika könyvem témakörei, fejezetei
www.fb.com/matematikam.hu	→ A tanítás és matek facebook oldala
info@matematikam.hu	→ Üzenet a könyvvel és az oktatással kapcsolatban

Évek óta foglalkozom matematika oktatással - az általános iskolás korosztálytól kezdve az érettségizőkön át egészen az egyetemi szintig készíték fel diákokat a különböző megmérettetésekre. Végzettségemet tekintve okleveles matematikus és biológus vagyok, illetve webszerkesztő és hivatásos túravezető. Szerencsémre ezekre nem mint feladat, hanem mint hobbi tudok tekinteni, így továbbra is lelkesen képezem magamat ezen területeken.

2008-ban sikerült befejeznem a jegyzetet, majd 2014-ben a diplomám megszerzése után újra nekiláttam a fejezetek "modernizálásának", az egész anyagot kibővítettem, és igyekeztem még inkább használhatóvá tenni. Most már teljes bizonyossággal elmondhatom, hogy a könyv elég a közép- és az emelt szintű érettségihez is.

Reklám

www.turaoldal.hu	→ Minden, ami túrázás, túlélés, természet
www.elovilag.turaoldal.hu	→ A Kárpát-medence és környékének élővilága
www.blog.turaoldal.hu	→ Cikkek a túrázással és a természettel kapcsolatban
www.fb.com/turaoldal.hu	→ A turaoldal.hu lapok facebook oldala
info@turaoldal.hu	→ Üzenet a természettel és a túrázással kapcsolatban