

A kombinatorika felépítése

Faktoriális

DEF: faktoriális: A matematikában egy n nemnegatív egész szám faktoriálisának az n -nél kisebb vagy egyenlő pozitív egész számok szorzatát nevezzük. Jelölése: $n!$, amit " n faktoriális"-nak vagy " n faktor"-nak olvasunk ki.

Az $f(x) = n!$ függvény gyorsabban tart a végtelenhez, mint a polinomok vagy az exponenciális függvények.

$$0! = 1$$

$$1! = 1$$

$$2! = 2 \cdot 1 = 2$$

$$3! = 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$$

$$4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$$

...

DEF: prímfaktoriális, primorális: csak az adott számnál nem nagyobb prímeket szorozza össze.

DEF: dupla faktoriális: olyan faktoriális, ahol a tényezők kettésével csökkennek.

Faktoriális alkalmazásai:

- az e Euler-féle szám felírható a faktoriálisok reciprokainak összegeként

$$e = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k!} = \frac{1}{0!} + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \frac{1}{4!} + \dots = 2,71828 \dots$$

- az alapadatokból a permutációk, a kombinációk és a variációk száma kiszámítható

- a binomiális együtthatók kifejezhetők a faktoriálissal

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

- a faktoriálisok a Taylor-sorokban is megjelennek

Binomiális együttható

TÉTEL: A kombinatorikában $\binom{n}{k}$ egy n elemű halmaz k elemű részhalmazainak a száma, ami azt mutatja meg, hányféleképpen választhatunk ki k elemet n elem közül. $\binom{n}{k}$ kiolvasása: " n alatt a k ".

$$\binom{n}{n} = \binom{n}{0} = 1 \quad \binom{0}{k} = 0 \quad \binom{n}{k} = \binom{n}{n-k} = \frac{n!}{k!(n-k)!} \quad \binom{n}{k} + \binom{n}{k+1} = \binom{n+1}{k+1}$$

Kombinatorika tárgyai

Egy kombinatorikai feladatot aszerint, hogy elemeket sorba szeretnénk-e rendezni, illetve kiválasztani, összesen hatféleképpen tuduk megoldani a kívánt eredményt figyelembe véve, ha vizsgálандó lehet a sorrend és az ismétlés is. Ezek a következők: permutáció, variáció és kombináció, illetve ezek ismétléses változatai.

	egy elem csak egyszer választható	egy elem többször is választható
n elem sorba rendezése	<p align="center">Permutáció</p> <p>DEF: Ismétlés nélküli permutáció alatt néhány különböző dolognak a sorba rendezését értjük. Az "ismétlés nélküli" arra utal, hogy a sorba rendezendő elemek különbözőek, azaz nem ismétlődnek.</p> $P_n = n!$ <p><i>A tudományos számológépeken megtalálható a faktoriális jelző felkiáltójel.</i></p>	<p align="center">Ismétléses permutáció</p> <p>DEF: Ismétléses permutáció alatt néhány olyan dolognak a sorba rendezését értjük, melyek közül lehet több egyforma is.</p> $P_n^{(k;l;m)} = \frac{n!}{k! \cdot l! \cdot m!}$ <p>$(k, l, m$ az egyforma elemek száma)</p>
n elemből k elem kiválasztása, ha a sorrend számít	<p align="center">Variáció</p> <p>DEF: Ismétlés nélküli variáció jelentése, hogy hányféleképpen választhatunk ki n elemből k elemet úgy, hogy a sorrend számít, illetve egy elem csak egyszer választható.</p> $V_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$ <p><i>A tudományos számológépeken megtalálható a variációt jelző nPr jel.</i></p> $V_{20}^3 = 20nPr3 = 20 \cdot 19 \cdot 18 = \frac{20!}{17!} = 6840$	<p align="center">Ismétléses variáció</p> <p>DEF: Ismétléses variáció jelentése, hogy hányféleképpen választhatunk ki n elemből k elemet úgy, hogy a sorrend számít, illetve egy elem többször is választható.</p> $V_{n \text{ ism}}^k = n^k$
n elemből k elem kiválasztása, ha a sorrend nem számít	<p align="center">Kombináció</p> <p>DEF: Ismétlés nélküli kombináció jelentése, hogy hányféleképpen választhatunk ki n elemből k elemet úgy, hogy a sorrend nem számít, illetve egy elem csak egyszer választható.</p> $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!} = \binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$ $C_n^k \cdot k! = V_n^k$ <p><i>A tudományos számológépeken megtalálható a kombinációt jelző nCr jel.</i></p> $C_{18}^3 = 18nCr3 = \frac{18!}{3! \cdot 15!} = 816$	<p align="center">Ismétléses kombináció</p> <p>DEF: Ismétléses kombináció jelentése, hogy hányféleképpen választhatunk ki n elemből k elemet úgy, hogy a sorrend nem számít, illetve egy elem többször is választható.</p> $C_{n \text{ ism}}^k = \binom{n+k-1}{k}$

A könyv megvásárolható egyben, nyomtatva - ára szintenként 4000 Ft

A könyv készítője:

Koczog András
matematikus, biológus
info@matematikam.hu

Forrás

www.matematikam.hu	→ Matematika korrepetálás, felkészítés
www.feladat.matematikam.hu	→ Online matematika feladatok
www.feladat.matematikam.hu/letoltes	→ Letölthető matematika feladatsorok
www.konyv.matematikam.hu	→ Matematika könyvem témakörei, fejezetei
www.fb.com/matematikam.hu	→ A tanítás és matek facebook oldala
info@matematikam.hu	→ Üzenet a könyvvel és az oktatással kapcsolatban

Évek óta foglalkozom matematika oktatással - az általános iskolás korosztálytól kezdve az érettségizőkön át egészen az egyetemi szintig készíték fel diákokat a különböző megmértetésekre. Végzettségemet tekintve okleveles matematikus és biológus vagyok, illetve webszerkesztő és hivatásos túravezető. Szerencsémre ezekre nem mint feladat, hanem mint hobbi tudok tekinteni, így továbbra is lelkesen képezem magamat ezen területeken.

2008-ban sikerült befejeznem a jegyzetet, majd 2014-ben a diplomám megszerzése után újra nekiláttam a fejezetek "modernizálásának", az egész anyagot kibővítettem, és igyekeztem még inkább használhatóvá tenni. Most már teljes bizonyossággal elmondhatom, hogy a könyv elég a közép- és az emelt szintű érettségihez is.

Reklám

www.turaoldal.hu	→ Minden, ami túrázás, túlélés, természet
www.elovilag.turaoldal.hu	→ A Kárpát-medence és környékének élővilága
www.blog.turaoldal.hu	→ Cikkek a túrázással és a természettel kapcsolatban
www.fb.com/turaoldal.hu	→ A turaoldal.hu lapok facebook oldala
info@turaoldal.hu	→ Üzenet a természettel és a túrázással kapcsolatban